

S6-271

B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION – MARCH, 2019.

THIRD YEAR

SIXTH SEMESTER

Part – II : MATHEMATICS

(Regular/Supplementary)

Paper – VII-(E-A) : LAPLACE TRANSFORMS

(Common Paper for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

(5 × 5 = 25 marks)

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. Find $L\{(\sin t - \cos t)^2\}$.

$L\{(\sin t - \cos t)^2\}$ ను కనుగొనండి.

2. Find $L\{e^{-t} + t^4 + 3 \sin 4t - 3 \sinh 2t\}$.

$L\{e^{-t} + t^4 + 3 \sin 4t - 3 \sinh 2t\}$ ను కనుగొనండి.

3. Find $L\{e^{-3t}(t^2 + 1)\}$.

$L\{e^{-3t}(t^2 + 1)\}$ ను కనుక్కోండి.

4. State and prove second shifting property of Laplace transform.

రెండవ లాప్లాస్ పరివర్తన ధర్మాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

5. Find $L\{t^2 \sin t\}$.

$L\{t^2 \sin t\}$ ను కనుక్కోండి.

6. Find $L\left\{\frac{e^{at} - e^{-bt}}{t}\right\}$.

$L\left\{\frac{e^{at} - e^{-bt}}{t}\right\}$ ను కనుక్కోండి.

Turn Over

7. Find $L^{-1}\left\{\frac{3p-2}{p^2-4p+20}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{3p-2}{p^2-4p+20}\right\}$ ను కనుగొనండి.

8. Find $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p+2)(p-3)}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{p}{(p+2)(p-3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

9. Find $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{p+2}{p+3}\right)\right\}$.

$L^{-1}\left\{\log\left(\frac{p+2}{p+3}\right)\right\}$ ను కనుగొనండి.

10. Using Convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\frac{1}{s(s^2+4)}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{1}{s(s^2+4)}\right\}$ ను కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి కనుక్కోండి.

SECTION – B

Answer ALL questions.

(5 × 10 = 50 marks)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

11. (a) State and prove existence theorem of Laplace transform.

లాప్లాస్ పరివర్తన వ్యవస్థిత సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

Or

(b) Find $L\{F(t)\}$, where $F(t) = \begin{cases} (t-1)^2, & t > 1 \\ 0, & 0 < t < 1 \end{cases}$.

$L\{F(t)\}$ ను కనుక్కోండి, ఇక్కడ $F(t) = \begin{cases} (t-1)^2, & t > 1 \\ 0, & 0 < t < 1 \end{cases}$.

12. (a) State and prove initial and final value theorems.

తుది విలువ మరియు అంత్య విలువ సిద్ధాంతాలను ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

- (b) Find :

(i) $L\{(1 + te^{-t})^3\}$

(ii) $L\{(t + 2)^2 e^t\}$.

(i) $L\{(1 + te^{-t})^3\}$

(ii) $L\{(t + 2)^2 e^t\}$ లను కనుగొనండి.

13. (a) Show that $L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

$L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ అని చూపండి.

Or

- (b) Show that $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$.

$\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$ అని చూపండి.

14. (a) Find $L^{-1}\left\{\frac{s}{s^4 + s^2 + 1}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s}{s^4 + s^2 + 1}\right\}$ ను కనుగొనండి.

Or

- (b) (i) Find $L^{-1}\left\{\frac{5}{p^2} + \left(\frac{\sqrt{p}-1}{p}\right)^2 - \frac{7}{3p+2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{5}{p^2} + \left(\frac{\sqrt{p}-1}{p}\right)^2 - \frac{7}{3p+2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

- (ii) Find $L^{-1}\left\{\frac{6}{2p-3} - \frac{3+4p}{9p^2-16} + \frac{8-6p}{16p^2+9}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{6}{2p-3} - \frac{3+4p}{9p^2-16} + \frac{8-6p}{16p^2+9}\right\}$ ను కనుగొనండి.

15. (a) State and prove Convolution theorem in inverse Laplace transform.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలోని కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

Or

- (b) By using Heaviside expansion formula find $L^{-1}\left\{\frac{19p+37}{(p+1)(p-2)(p+3)}\right\}$.

హేవిసైడ్ విస్తరణ సూత్రంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{19p+37}{(p+1)(p-2)(p+3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.
